Körperaxiome

(K1) Assoziativgesetz:

$$\forall_{a,b,c\in K} \quad a+(b+c)=(a+b)+c\,, \qquad a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c\,.$$

(K2) Kommutativgesetz:

$$\forall_{a,b\in K} \quad a+b=b+a\,, \qquad a\cdot b=b\cdot a\,.$$

(K3) Eindeutige Existenz der neutralen Elemente:

Es gibt eindeutig bestimmte Elemente $0\in K$ und $1\in K$ mit $1\neq 0$, derart, dass

$$\forall_{a\in K} \quad a+0=a\,, \qquad \forall_{a\in K} \quad a\cdot 1=a\,.$$

(K4) Eindeutige Existenz der Inversen

Für jedes $a\in K$ gibt es genau ein Element $-a\in K$ mit $a+(-a)=0$
Für jedes $a\in K\backslash\{0\}$ gibt es genau ein Element $a^{-1}\in K$ mit $a\cdot a^{-1}=1$

(K5) Distributivgesetz

$$\forall_{a,b,c\in K} \quad a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\,.$$

R. Feynman, *The Feynman Lectures on Physics, Vol. I*:
In fact, the glory of mathematics is that we do not have to say what we are talking about. The glory is that the laws, the arguments, and the logic are independent of what „it“ is.

Körperaxiome

(K1) Assoziativgesetz:

$$\forall_{a,b,c\in K} \quad a+(b+c)=(a+b)+c\,, \qquad a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c\,.$$

(K2) Kommutativgesetz:

$$\forall_{a,b\in K} \quad a+b=b+a\,, \qquad a\cdot b=b\cdot a\,.$$

(K3) Eindeutige Existenz der neutralen Elemente:

Es gibt eindeutig bestimmte Elemente $0\in K$ und $1\in K$ mit $1\neq 0$, derart, dass

$$\forall_{a\in K} \quad a+0=a\,, \qquad \forall_{a\in K} \quad a\cdot 1=a\,.$$

(K4) Eindeutige Existenz der Inversen

Für jedes $a\in K$ gibt es genau ein Element $-a\in K$ mit $a+(-a)=0$
Für jedes $a\in K\backslash\{0\}$ gibt es genau ein Element $a^{-1}\in K$ mit $a\cdot a^{-1}=1$

(K5) Distributivgesetz

$$\forall_{a,b,c\in K} \quad a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\,.$$

Anordnungsaxiome

(A1) (Trichotomie)

Für alle $a,b\in K$ gilt entweder $a=b$ oder $a>b$ oder $b>a$.

(A2) (Transitivität)

Für alle $a,b,c\in K$ folgt aus $a>b$ und $b>c$ stets $a>c$.

(A3) (Verträglichkeit mit $+$ und $\cdot$)
Für alle $a,b,c\in K$ folgt aus $a>b$ stets $a+c>b+c$ und im Falle $c>0$ auch $ac>bc$.