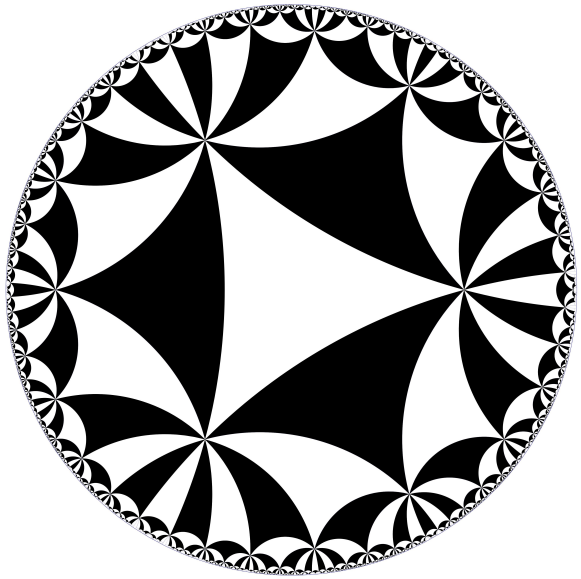
Analysis 1

Prof. Dr. Oliver Roth
Lehrstuhl für Komplexe Analysis
Institut für Mathematik
Universität Würzburg



www.mathematik.uni-wuerzburg.de/∼roth/Analysis1WS1920.html

Termine: Mi & Do 10:15–11:45 Uhr

Anmeldung zu den Übungen: bis zum 22.10.2019 via WueStudy.

Übungsblätter: Jeden Mittwoch online auf WueCampus
1. Übungsblatt: www.mathematik.uni-wuerzburg.de/∼roth/blatt1.pdf

Klausur: Do., 6.2.2020, 10-12 Uhr
Hinreichend zur Teilnahme: 40 % der Punkte der Übungsblätter

Was ist Analysis ?

Was ist Analysis ?

Analysis is the art of taming infinity !

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}\,.$$

Was ist Analysis ?

Analysis is the art of taming infinity !

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}\,.$$

Wir untersuchen zunächst die reellen und die komplexen Zahlen!

Was ist Analysis ?

Analysis is the art of taming infinity !

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}\,.$$

Wir untersuchen zunächst die reellen und die komplexen Zahlen!

- $e = 2.718281828459045235360287471352662\ldots$ und $\pi = 3.14159265358979323846264338327950 2\ldots$ sind irrational. Ist $e + \pi$ irrational ?

Was ist Analysis ?

Analysis is the art of taming infinity !

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}\,.$$

Wir untersuchen zunächst die reellen und die komplexen Zahlen!

- $e = 2.718281828459045235360287471352662\ldots$ und $\pi = 3.14159265358979323846264338327950 2\ldots$ sind irrational. Ist $e + \pi$ irrational ?
- Reelle Zahlen lassen sich besser mithilfe komplexer Zahlen verstehen:

$$e^{\pi \mathrm{i}} + 1 = 0 \qquad \text{mit} \quad i^2 = -1\,.$$

Was ist Analysis ?

Analysis is the art of taming infinity !

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}\,.$$

Wir untersuchen zunächst die reellen und die komplexen Zahlen!

- $e = 2.718281828459045235360287471352662\ldots$ und $\pi = 3.14159265358979323846264338327950 2\ldots$ sind irrational. Ist $e + \pi$ irrational ?
- Reelle Zahlen lassen sich besser mithilfe komplexer Zahlen verstehen:

$$e^{\pi \mathrm{i}} + 1 = 0 \qquad \text{mit} \quad i^2 = -1\,.$$

- Komplexe Zahlen benötigt man auch z.B. für

$$\mathrm{i}h\frac{\partial}{\partial t}\Psi(r,t) = \hat{H}\Psi(r,t)$$

Das Universum der Zahlen:

$$
\begin{aligned}
\mathbb{N} :=& \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen } 1, 2, 3, \ldots; \\
\mathbb{N}_0 :=& \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Zahl } 0; \\
\mathbb{Z} :=& \quad \text{Menge der ganzen Zahlen;} \\
\mathbb{Q} :=& \quad \text{Menge der rationalen Zahlen } n/m \text{ mit } n, m \in \mathbb{Z},\ m \neq 0; \\
\mathbb{R} :=& \quad \text{Menge der reellen Zahlen.}
\end{aligned}
$$

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{N}_0 \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R}$$

Das Universum der Zahlen:

$$\begin{aligned}
\mathbb{N} &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen } 1, 2, 3, \ldots; \\
\mathbb{N}_0 &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Zahl } 0; \\
\mathbb{Z} &:= \quad \text{Menge der ganzen Zahlen;} \\
\mathbb{Q} &:= \quad \text{Menge der rationalen Zahlen } n/m \text{ mit } n, m \in \mathbb{Z},\ m \neq 0; \\
\mathbb{R} &:= \quad \text{Menge der reellen Zahlen.}
\end{aligned}$$

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{N}_0 \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \ \mathbf{?}$$

Das Universum der Zahlen:

$$\begin{aligned}
\mathbb{N} &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen } 1, 2, 3, \ldots; \\
\mathbb{N}_0 &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Zahl } 0; \\
\mathbb{Z} &:= \quad \text{Menge der ganzen Zahlen;} \\
\mathbb{Q} &:= \quad \text{Menge der rationalen Zahlen } n/m \text{ mit } n, m \in \mathbb{Z},\ m \neq 0; \\
\mathbb{R} &:= \quad \text{Menge der reellen Zahlen.}
\end{aligned}$$

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{N}_0 \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \ \textbf{?}$$

$\rightarrow$ Wir suchen eine Menge $\mathbb{C}$, die die reellen Zahlen umfasst, so dass man dort „genauso“ rechnen kann wie in $\mathbb{R}$.

Das Universum der Zahlen:

$$\begin{aligned}
\mathbb{N} &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen } 1, 2, 3, \ldots; \\
\mathbb{N}_0 &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Zahl } 0; \\
\mathbb{Z} &:= \quad \text{Menge der ganzen Zahlen;} \\
\mathbb{Q} &:= \quad \text{Menge der rationalen Zahlen } n/m \text{ mit } n, m \in \mathbb{Z},\ m \neq 0; \\
\mathbb{R} &:= \quad \text{Menge der reellen Zahlen.}
\end{aligned}$$

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{N}_0 \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \ \textbf{?}$$

- $\rightarrow$ Wir suchen eine Menge $\mathbb{C}$, die die reellen Zahlen umfasst, so dass man dort „genauso“ rechnen kann wie in $\mathbb{R}$.
- $\rightarrow$ Ferner soll $\mathbb{C}$ ein “neues” Element $i \in \mathbb{C}$ enthalten, welches $i^2 = -1$ erfüllt.

Das Universum der Zahlen:

$$\begin{aligned}
\mathbb{N} &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen } 1, 2, 3, \ldots; \\
\mathbb{N}_0 &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Zahl } 0; \\
\mathbb{Z} &:= \quad \text{Menge der ganzen Zahlen;} \\
\mathbb{Q} &:= \quad \text{Menge der rationalen Zahlen } n/m \text{ mit } n, m \in \mathbb{Z},\ m \neq 0; \\
\mathbb{R} &:= \quad \text{Menge der reellen Zahlen.}
\end{aligned}$$

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{N}_0 \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \ \textbf{?}$$

- → Wir suchen eine Menge $\mathbb{C}$, die die reellen Zahlen umfasst, so dass man dort „genauso“ rechnen kann wie in $\mathbb{R}$.
- → Ferner soll $\mathbb{C}$ ein “neues” Element $i \in \mathbb{C}$ enthalten, welches $i^2 = -1$ erfüllt.
- → Dann gehört für alle $x, y \in \mathbb{R}$ auch $x + yi$ zu $\mathbb{C}$.

Das Universum der Zahlen:

$$\begin{aligned}
\mathbb{N} &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen } 1, 2, 3, \ldots; \\
\mathbb{N}_0 &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Zahl } 0; \\
\mathbb{Z} &:= \quad \text{Menge der ganzen Zahlen;} \\
\mathbb{Q} &:= \quad \text{Menge der rationalen Zahlen } n/m \text{ mit } n, m \in \mathbb{Z},\ m \neq 0; \\
\mathbb{R} &:= \quad \text{Menge der reellen Zahlen.}
\end{aligned}$$

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{N}_0 \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \ \textbf{?}$$

- → Wir suchen eine Menge $\mathbb{C}$, die die reellen Zahlen umfasst, so dass man dort „genauso“ rechnen kann wie in $\mathbb{R}$.
- → Ferner soll $\mathbb{C}$ ein “neues” Element $i \in \mathbb{C}$ enthalten, welches $i^2 = -1$ erfüllt.
- → Dann gehört für alle $x, y \in \mathbb{R}$ auch $x + yi$ zu $\mathbb{C}$.
- → Es gilt für alle $x, y, x', y' \in \mathbb{R}$

Das Universum der Zahlen:

$$\begin{aligned}
\mathbb{N} &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen } 1, 2, 3, \ldots; \\
\mathbb{N}_0 &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Zahl } 0; \\
\mathbb{Z} &:= \quad \text{Menge der ganzen Zahlen;} \\
\mathbb{Q} &:= \quad \text{Menge der rationalen Zahlen } n/m \text{ mit } n, m \in \mathbb{Z},\ m \neq 0; \\
\mathbb{R} &:= \quad \text{Menge der reellen Zahlen.}
\end{aligned}$$

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{N}_0 \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \ \textbf{?}$$

- → Wir suchen eine Menge $\mathbb{C}$, die die reellen Zahlen umfasst, so dass man dort „genauso“ rechnen kann wie in $\mathbb{R}$.
- → Ferner soll $\mathbb{C}$ ein “neues” Element $i \in \mathbb{C}$ enthalten, welches $i^2 = -1$ erfüllt.
- → Dann gehört für alle $x, y \in \mathbb{R}$ auch $x + yi$ zu $\mathbb{C}$.
- → Es gilt für alle $x, y, x', y' \in \mathbb{R}$

$$(x + yi) + (x' + y'i) \quad = \quad (x + x') + (y + y')i\,,$$

Das Universum der Zahlen:

$$\begin{aligned}
\mathbb{N} &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen } 1, 2, 3, \ldots; \\
\mathbb{N}_0 &:= \quad \text{Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Zahl } 0; \\
\mathbb{Z} &:= \quad \text{Menge der ganzen Zahlen;} \\
\mathbb{Q} &:= \quad \text{Menge der rationalen Zahlen } n/m \text{ mit } n, m \in \mathbb{Z},\ m \neq 0; \\
\mathbb{R} &:= \quad \text{Menge der reellen Zahlen.}
\end{aligned}$$

$$\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{N}_0 \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \ \textbf{?}$$

- → Wir suchen eine Menge $\mathbb{C}$, die die reellen Zahlen umfasst, so dass man dort „genauso“ rechnen kann wie in $\mathbb{R}$.
- → Ferner soll $\mathbb{C}$ ein “neues” Element $i \in \mathbb{C}$ enthalten, welches $i^2 = -1$ erfüllt.
- → Dann gehört für alle $x, y \in \mathbb{R}$ auch $x + yi$ zu $\mathbb{C}$.
- → Es gilt für alle $x, y, x', y' \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
(x + yi) + (x' + y'i) &= (x + x') + (y + y')i\,, \\
(x + yi) \cdot (x' + y'i) &= (xx' - yy') + (xy' + x'y)i
\end{aligned}$$