

10. Übungsblatt zur Differentialgeometrie

(Besprechung am Donnerstag, den 11. Juli 2013, in der Übungsstunde)

25. Beweisen Sie die folgenden (Schief-) Symmetrien des Krümmungstensors R des Levi-Civita-Zusammenhangs ∇ eines Riemannschen Raumes (M, g) :
Für beliebige C^∞ -Vektorfelder X, Y, Z, W auf M gilt
- (1) $R(Y, Z)X = -R(Z, Y)X$
 - (2) $R(Y, Z)X + R(Z, X)Y + R(X, Y)Z = 0$ (1. Bianchi-Identität)
 - (3) $(\nabla_X R)(Y, Z)W + (\nabla_Y R)(Z, X)W + (\nabla_Z R)(X, Y)W = 0$ (2. Bianchi-Identität)
26. Zeigen Sie, dass in einer zweidimensionalen Riemannschen Mannigfaltigkeit für die Gaußsche Krümmung K und die Einsteinsche Skalarkrümmung \mathcal{R} gilt: $\mathcal{R} = 2K$.