Institut für Mathematik
der Universität Würzburg
Prof. Dr. H. Pabel

SS 2013

6. Übungsblatt zur Differentialgeometrie

(Besprechung am Donnerstag, den 13. Juni 2013, in der Übungsstunde)

17. Beweisen Sie:
    a) Jede (nichtleere) *offene* Teilmenge Q einer C^{r}-Mannigfaltigkeit M $(r \geq 1)$ ist eine C^{r}-*Untermannigfaltigkeit* von M. Wie sehen die Schnittkarten von M für Q aus?
    b) Ist P Untermannigfaltigkeit von M, M Untermannigfaltigkeit von N, so ist auch P Untermannigfaltigkeit von N.

18. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 - 4(x^2 - y^2) \ .$$

    a) Bestimmen Sie den Wertebereich $W := f(\mathbb{R}^2) \subset \mathbb{R}$.
    b) Bestimmen Sie die Menge $K \subset W$ der kritischen Werte von f.
    c) Geben Sie für $z \in K$ eine explizite Darstellung der Urbildmenge $f^{-1}(z)$ an (wenn möglich eine Parameterdarstellung) und skizzieren Sie diese.
    d) Für welche $z \in W$ ist $f^{-1}(z)$ eine Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^2$?