

Übungen zur Einführung in die Algebra

Wintersemester 2014/15, Prof. Grundhöfer

(Letztes) Blatt 13

38. Wieviele Teilkörper hat der Körper $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7})$?
39. (a) Sei L ein Zerfällungskörper des Polynoms $x^4 - 3x^2 + 4$ über \mathbb{Q} . Man zeige, dass $\text{Aut}(L | \mathbb{Q})$ eine Kleinsche Vierergruppe ist.
- (b) Sei L ein Zerfällungskörper von $x^3 - 3x + 1$ über \mathbb{Q} . Man bestimme die Galois-Gruppe $\text{Aut}(L | \mathbb{Q})$.
- (c) Man bestimme die Automorphismengruppe eines Zerfällungskörpers des Polynoms $x^6 + x^4 + x^2 + 1$ über \mathbb{Q} ; ebenso für das gleiche Polynom über \mathbb{F}_5 .
- (d) Man zeige, dass die Automorphismengruppe eines Zerfällungskörpers von $x^6 + 108$ über \mathbb{Q} isomorph zur symmetrischen Gruppe S_3 ist.
40. Sei p eine Primzahl und L ein Zerfällungskörper des Kreisteilungspolynoms Φ_{p^2} über \mathbb{Q} . Man zeige:
- (a) $L | \mathbb{Q}$ ist eine Galois-Erweiterung vom Grad $p(p-1)$.
- (b) Die Galois-Gruppe von $L | \mathbb{Q}$ ist isomorph zu $\text{Aut}(C_{p^2}) \cong E(\mathbb{Z}_{p^2})$.
- (c) Es gibt eine Galois-Erweiterung von \mathbb{Q} vom Grad p .

Die Übungsgruppen werden geleitet von Dr. Matthias Grüninger und Dmitri Nedrenco (Mathematik West, Raum 03.013, E-Mail: dmitri.nedrenco@mathematik.uni-wuerzburg.de).

Abgabe Ihrer schriftlichen Lösungen zu diesem Blatt bis Montag, den 26. Januar 2015, 13.30 Uhr (im richtigen Briefkasten im Fachschaftsraum S0.105 im Bibliotheks- und Seminarzentrum BSZ). Es dürfen maximal zwei Übungsteilnehmer zusammen abgeben. Bitte schreiben Sie Ihren Namen (bzw. die beiden Namen Ihrer Zweier-Gruppe) und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Lösungsblatt. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet.

*Die Klausur wird am Montag, dem 2. Februar 2015 von 10-12 Uhr stattfinden (im Turing- und Zuse-Hörsaal im Informatikgebäude). Die Teilnehmerliste zur Klausur finden Sie ab 26. Januar 2015 auf der unten angegebenen homepage. Bitte bringen Sie zur Klausur einen **Lichtbildausweis** mit.*

Dieses Übungsblatt, sowie weitere Informationen zur Veranstaltung, finden Sie auch unter <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco>