

Übungen zur Einführung in die Algebra

Wintersemester 2014/15, Prof. Grundhöfer

Blatt 12

35. Man zeige:

- (a) Sind $m, n \in \mathbb{N}$ teilerfremd und sind das regelmäßige n -Eck und das regelmäßige m -Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar, so ist auch das regelmäßige mn -Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar.
- (b) Der 3° -Winkel ist mit Zirkel und Lineal konstruierbar, der 1° -Winkel nicht.

36. Sei K ein Körper. Man zeige:

- (a) Es gibt genau eine K -lineare Abbildung $D : K[x] \rightarrow K[x]$ mit $D(x^0) = 0$ und $D(x^n) = nx^{n-1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
- (b) Für diese lineare Abbildung D gilt die Produktregel $D(fg) = fD(g) + D(f)g$ für alle $f, g \in K[x]$.
- (c) Ein Polynom $f \in K[x]$ ist genau dann nicht separabel, wenn f und $D(f)$ einen gemeinsamen Teiler $g \in K[x]$ mit $\text{Grad}(g) > 0$ haben.
- (d) Ein irreduzibles Polynom $f \in K[x]$ ist genau dann separabel, wenn $D(f) \neq 0$ gilt.

37. Welche der folgenden vier Körpererweiterungen sind Galois-Erweiterungen? Begründen Sie Ihre Antworten.

$$\mathbb{Q}(\sqrt[10]{10}) \mid \mathbb{Q}, \quad \mathbb{Q}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right) \mid \mathbb{Q}, \quad \mathbb{F}_7(x) \mid \mathbb{F}_7(x^3) \quad \text{und} \quad \mathbb{F}_7(x) \mid \mathbb{F}_7(x^7 - x).$$

Die Übungsgruppen werden geleitet von Dr. Matthias Grüninger und Dmitri Nedrenco (Mathematik West, Raum 03.013, E-Mail: dmitri.nedrenco@mathematik.uni-wuerzburg.de).

Abgabe Ihrer schriftlichen Lösungen zu diesem Blatt bis Montag, den 19. Januar 2015, 13.30 Uhr (im richtigen Briefkasten im Fachschaftsraum S0.105 im Bibliotheks- und Seminarzentrum BSZ). Es dürfen maximal zwei Übungsteilnehmer zusammen abgeben. Bitte schreiben Sie Ihren Namen (bzw. die beiden Namen Ihrer Zweier-Gruppe) und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Lösungsblatt. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet.

Die Klausur wird am Montag, dem 2. Februar 2015 von 10-12 Uhr stattfinden (im Turing- und Zuse-Hörsaal im Informatikgebäude).

Dieses Übungsblatt, sowie weitere Informationen zur Veranstaltung, finden Sie auch unter <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco>