

Übungen zur Einführung in die Algebra

Wintersemester 2014/15, Prof. Grundhöfer

Blatt 7

19. Seien p und q Primzahlen. Man zeige, dass keine einfache Gruppe der Ordnung p^2q existiert. (Aufgabe 12(d) hilft.)

20. Sei G eine endliche Gruppe. Man zeige:

- (a) Wenn die 2-Sylowgruppen von G zyklisch und nicht trivial sind, dann hat G eine Untergruppe vom Index 2.
(Hinweis: man betrachte das Signum von Permutationen $G \rightarrow G : x \mapsto gx$.)
- (b) Ist $|G| = 4n + 2$ mit $n \in \mathbb{N}_0$, so hat G eine Untergruppe vom Index 2.
- (c) Es gibt Gruppen von gerader Ordnung, welche keine Untergruppe vom Index 2 haben.

21. Sei G eine Gruppe. Man zeige:

- (a) Die sogenannte Kommutatorgruppe

$$G' := \langle ghg^{-1}h^{-1} \mid g, h \in G \rangle$$

ist ein Normalteiler von G .

- (b) Ist N ein Normalteiler von G , so ist die Faktorgruppe G/N genau dann abelsch, wenn G' in N enthalten ist.
- (c) Man bestimme den Isomorphietyp von G/G' für die Diedergruppen $G = D_{2n}$ mit $2 \leq n \in \mathbb{N}$.

Die Übungsgruppen werden geleitet von Dr. Matthias Grüninger und Dmitri Nedrenco (Mathematik West, Raum 03.013, E-Mail: dmitri.nedrenco@mathematik.uni-wuerzburg.de).

Abgabe Ihrer schriftlichen Lösungen zu diesem Blatt bis Montag, den 24. November 2014, 13.30 Uhr (im richtigen Briefkasten im Fachschaftsraum S0.105 im Bibliotheks- und Seminarzentrum BSZ). Es dürfen maximal zwei Übungsteilnehmer zusammen abgeben. Bitte schreiben Sie Ihren Namen (bzw. die beiden Namen Ihrer Zweier-Gruppe) und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Lösungsblatt. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet.

Die Klausur wird am Montag, dem 2. Februar 2015 von 10-12 Uhr stattfinden (im Turing- und Zuse-Hörsaal im Informatikgebäude).

Dieses Übungsblatt, sowie weitere Informationen zur Veranstaltung, finden Sie auch unter <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco>