

Übungen zur Einführung in die Algebra

Wintersemester 2014/15, Prof. Grundhöfer

Blatt 6

16. Sei $V = \mathbb{F}_2^2$ der zweidimensionale Vektorraum über dem Körper $\mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$. Man zeige:
- (a) Die symmetrische Gruppe S_3 ist isomorph zur Gruppe $\text{GL}(V)$.
 - (b) Die symmetrische Gruppe S_4 hat genau vier Normalteiler.
 - (c) S_4 ist isomorph zur affinen Gruppe $\text{AGL}(V)$ aus Aufgabe 15(c).
17. Man zeige:
- (a) Es gibt keine einfache Gruppe der Ordnung 105.
 - (b) Jede Gruppe der Ordnung 1001 ist zyklisch.
 - (c) Es gibt genau vier Isomorphietypen von Gruppen der Ordnung 2014; jede Gruppe dieser Ordnung ist zyklisch oder ein direktes Produkt einer zyklischen Gruppe mit einer Diedergruppe.
18. (a) Sei A eine endliche abelsche Gruppe, p ein Primteiler von $|A|$ und $\alpha \in \text{Aut } A$ mit $\alpha^2 = \text{id}_A$. Man zeige: es gibt eine Untergruppe $U \leq A$ mit $|U| = p$ und $\alpha(U) = U$. (Hinweis: berechne $\alpha(a + \alpha(a))$ für $a \in A$.)
- (b) Man zeige, dass jede Gruppe der Ordnung 100 eine Untergruppe der Ordnung 50 und (daher auch) eine Untergruppe der Ordnung 10 enthält.
- (c) Enthält jede Gruppe der Ordnung 1000 eine Untergruppe der Ordnung 10 ?

Die Übungsgruppen werden geleitet von Dr. Matthias Grüninger und Dmitri Nedrenco (Mathematik West, Raum 03.013, E-Mail: dmitri.nedrenco@mathematik.uni-wuerzburg.de).

Abgabe Ihrer schriftlichen Lösungen zu diesem Blatt bis Montag, den 17. November 2014, 13.30 Uhr (im richtigen Briefkasten im Fachschaftsraum S0.105 im Bibliotheks- und Seminarzentrum BSZ). Es dürfen maximal zwei Übungsteilnehmer zusammen abgeben. Bitte schreiben Sie Ihren Namen (bzw. die beiden Namen Ihrer Zweier-Gruppe) und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Lösungsblatt. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet.

Die Klausur wird am Montag, dem 2. Februar 2015 von 10-12 Uhr stattfinden (im Turing- und Zuse-Hörsaal im Informatikgebäude).

Dieses Übungsblatt, sowie weitere Informationen zur Veranstaltung, finden Sie auch unter <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco>