

Übungen zur Einführung in die Algebra

Wintersemester 2014/15, Prof. Grundhöfer

Blatt 2

4. Sei G eine Gruppe. Man zeige:

- (a) Gilt $g^2 = 1$ für alle $g \in G$, so ist G abelsch.
- (b) Die Abbildung $G \rightarrow G : g \mapsto g^{-1}$ ist genau dann ein Automorphismus von G , wenn G abelsch ist.

5. Wir betrachten die Gruppe $Q_8 := \langle A, B \rangle \leq \text{GL}_2\mathbb{C}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$$

- (a) Man zeige, dass Q_8 nicht abelsch ist und die Ordnung 8 hat.
- (b) Man bestimme alle Untergruppen von Q_8 .
- (c) Man zeige, dass Q_8 nicht isomorph zur Diedergruppe D_8 ist.

Man nennt Q_8 die *Quaternionengruppe* der Ordnung 8.

6. Seien $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Man zeige: nur für $m = n = 3$ ist die Diedergruppe D_{2n} isomorph zur symmetrischen Gruppe S_m .
(Hinweis: man kann etwa zeigen, dass die Gruppe D_{2n} höchstens eine Untergruppe der Ordnung 3 hat ...)

Die Übungsgruppen treffen sich zum ersten Mal in der Woche ab dem 13. Oktober 2014 und werden geleitet von Dr. Matthias Grüninger und Dmitri Nedrenco (Mathematik West, Raum 03.013, E-Mail: dmitri.nedrenco@mathematik.uni-wuerzburg.de).

*Melden Sie sich bitte bis zum **16. Oktober 2014** unter SB@home zu den Übungen an.*

*Abgabe Ihrer schriftlichen Lösungen zu diesem Blatt bis **Montag, den 20. Oktober 2014, 13.00 Uhr** (im richtigen Briefkasten im Fachschaftsraum S0.105 im Bibliotheks- und Seminarzentrum BSZ). Es dürfen maximal zwei Übungsteilnehmer zusammen abgeben. Bitte schreiben Sie Ihren Namen (bzw. die beiden Namen Ihrer Zweier-Gruppe) **und die Nummer Ihrer Übungsgruppe** auf Ihr Lösungsblatt.*

Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet.

Die Klausur wird am Montag, dem 2. Februar 2015 von 10-12 Uhr stattfinden (im Turing- und Zuse-Hörsaal im Informatikgebäude).

Dieses Übungsblatt, sowie weitere Informationen zur Veranstaltung, finden Sie auch unter <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco>