

# Übungen zur Einführung in die Algebra

Wintersemester 2014/15, Prof. Grundhöfer

## Blatt 1

1. Sei  $G$  eine Menge mit einer zweistelligen assoziativen Verknüpfung  $\cdot$  und  $e \in G$  mit folgenden Eigenschaften: es gilt  $g \cdot e = g$  für alle  $g \in G$ , und zu jedem  $g \in G$  existiert ein  $h \in G$  mit  $g \cdot h = e$ . Man zeige, dass  $(G, \cdot)$  eine Gruppe ist.  
Kann man die Gleichung  $g \cdot e = g$  durch  $e \cdot g = g$  ersetzen? (Beweis oder Gegenbeispiel)
2. (a) Man zeige, dass keine Gruppe die Vereinigung von zwei echten Untergruppen ist.  
(b) Man gebe eine Gruppe an, die Vereinigung von drei echten Untergruppen ist.
3. Sei  $E = \mathbb{R}^2$  die euklidische Ebene,  $R$  die Menge aller Drehungen (Rotationen) in  $E$  um den Nullpunkt  $(0, 0)$ , und  $S$  die Menge aller Spiegelungen in  $E$  an Geraden durch  $(0, 0)$ . Man zeige:
  - (a) Für alle  $r \in R, s \in S$  gilt  $r \circ s = s \circ r^{-1}$  und (daher)  $r^2 \circ s = r \circ s \circ r^{-1}$ .
  - (b) Es gilt  $R = \{r^2 \mid r \in R\}$ , und die Vereinigung  $G := R \cup S$  ist eine Gruppe bezüglich der Komposition  $\circ$  von Abbildungen.
  - (c) Sei  $2 \leq n \in \mathbb{N}$  und sei  $X \subset E$  die Menge aller Eckpunkte eines regelmäßigen  $n$ -Ecks mit Mittelpunkt  $(0, 0)$ . Dann ist  $G_X := \{g \in G \mid g(X) = X\}$  eine Untergruppe von  $G$  mit  $|G_X| = 2n$ .  
Man bezeichnet  $G_X$  als die *Diedergruppe*  $D_{2n}$  der Ordnung  $2n$ .
  - (d) Die Diedergruppen  $D_{2n}$  mit  $n \geq 3$  sind nicht abelsch.

Die Übungsgruppen treffen sich zum ersten Mal in der Woche ab dem 13. Oktober 2014 und werden geleitet von Dr. Matthias Grüninger und Dmitri Nedrenco (Mathematik West, Raum 03.013, E-Mail: [dmitri.nedrenco@mathematik.uni-wuerzburg.de](mailto:dmitri.nedrenco@mathematik.uni-wuerzburg.de)).

Melden Sie sich bitte bis zum **9. Oktober 2014** unter [SB@home](mailto:SB@home) zu den Übungen an.

Abgabe Ihrer schriftlichen Lösungen zu diesem Blatt bis **Montag, den 13. Oktober 2014, 13.00 Uhr** (im richtigen Briefkasten im Fachschaftsraum S0.105 im Bibliotheks- und Seminarzentrum BSZ). Es dürfen maximal zwei Übungsteilnehmer zusammen abgeben. Bitte schreiben Sie Ihren Namen (bzw. die beiden Namen Ihrer Zweier-Gruppe) und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihr Lösungsblatt.

Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet.

Dieses Übungsblatt, sowie weitere Informationen zur Veranstaltung, finden Sie auch unter <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco>

# Literatur zur Algebra

## Zur Vorlesung

- N. Jacobson, Basic Algebra I, Freeman 1974 (Dover Books 2009)  
J. Wolfart, Einführung in die Zahlentheorie und Algebra, Vieweg 2011

## Weitere Texte

- M. Artin, Algebra, Birkhäuser 1993  
S. Bosch, Algebra, Springer 2009  
G. Fischer, Lehrbuch der Algebra, Springer 2013  
G. Fischer, R. Sacher, Einführung in die Algebra, Teubner 1983  
I. N. Herstein, Topics in Algebra, Wiley 1975 (Deutsch: Weinheim 1978)  
I. M. Isaacs, Algebra: a graduate course, Brooks Cole 1994  
T. W. Judson, Abstract Algebra, 2014, via <http://abstract.pugetsound.edu/>  
C. Karpfinger, K. Meyberg, Algebra: Gruppen – Ringe – Körper, Springer 2013  
S. Lang, Algebra, Addison Wesley 1993 (Springer 2005)  
A. Leutbecher, Zahlentheorie, eine Einführung in die Algebra, Springer 1996  
H. Lüneburg, Einführung in die Algebra, Springer 1973  
H. Lüneburg, Gruppen, Ringe, Körper, Oldenbourg Verlag 1999  
G. Stroth, Algebra, De Gruyter Verlag, Berlin 1998  
G. Stroth, Elementare Algebra und Zahlentheorie, Birkhäuser 2012  
R. Schulze-Pillot, Elementare Algebra und Zahlentheorie, Springer Verlag 2007

## Galois–Theorie

- A. Baker, An Introduction to Galois Theory, 2013, via <http://www.maths.gla.ac.uk/~ajb/course-notes.html>  
J.-P. Escofier, Galois theory, Springer 2001  
F. Lemmermeyer, F. Lorenz, Algebra 1: Körper und Galoistheorie, Spektrum 2004  
J. Rotman, Galois Theory, Springer 1998  
I. Stewart, Galois Theory, Chapman Hall/CRC 2004

## Bayerische Staatsexamensaufgaben

- R. Brandl, Alle Algebra–Aufgaben. Ein Repetitorium über Gruppen, Ringe, Körper und Galois–Theorie, Verlag Rolf Brandl 2000  
R. Brandl, Alle Algebra–Aufgaben ... die Lösungen, Verlag Rolf Brandl 2000  
M. Kraupner, Algebra leichter gemacht, Oldenbourg Verlag 2011 (Aufgaben 2003 bis 2009)  
Für neuere Aufgaben siehe auch <https://www.ma.edu.tum.de/en/staatsexamina/algebra/>

## Geschichte der Algebra

- H.-W. Alten et al., 4000 Jahre Algebra, Springer 2013  
E. Scholz, Geschichte der Algebra, BI Wissenschaftsverlag Mannheim 1990  
B. L. van der Waerden, A History of Algebra, Springer-Verlag 1985