



Übungen zur Diskreten Mathematik

Blatt 11

24. Juni 2014

Aufgabe 11.1. Sei $G = (V, E)$ ein endlicher Graph mit $|V| = n$ und seien $v, w \in V$. Sei A die Adjazenzmatrix von G . Zeigen Sie folgende Aussagen:

- Für $k \in \mathbb{N}_0$ ist $(A^k)_{vw}$ die Anzahl der Touren der Länge k von v nach w .
- Es gilt $\text{Spur} A^2 = 2|E|$.
- Die Anzahl der Kreise der Länge 3 in G ist gegeben durch $\frac{1}{6} \text{Spur} A^3$.

Aufgabe 11.2. Sei $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$, $V = \{1, 2, \dots, n\}$ und

$$\mathcal{W} := \{(E, a, b) \mid (V, E) \text{ ist Baum und } a, b \in V\}$$

die Menge der »Wirbeltiere« auf V . Für $(E, a, b) \in \mathcal{W}$ definiere eine Abbildung $f : V \rightarrow V$ wie folgt: Sei (w_0, w_1, \dots, w_t) die einfache Tour von a nach b im Baum (V, E) . Wir wählen nun eine Nummerierung der »Wirbelsäule« $W := \{w_0, w_1, \dots, w_t\} = \{v_0, v_1, \dots, v_t\}$ mit $v_0 < v_1 < \dots < v_t$ und definieren $f(v_i) := w_i$ für $i = 0, 1, \dots, t$ (d. h. $f|_W$ sortiert W); ferner sei $f(v)$ für $v \in V \setminus W$ die mit v benachbarte Ecke in der eindeutigen Tour von v nach a in (V, E) .

- Bestimmen Sie das Wirbeltier, das als Urbild der Abbildung $f : i \mapsto \max\{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor, 1\}$ entsteht.
- Zeigen Sie, dass die Abbildung $\mathcal{W} \rightarrow V^V$, $(E, a, b) \mapsto f$ bijektiv ist.

Aufgabe 11.3. Zeigen Sie, dass der Petersen-Graph nicht planar ist. Können Sie auch zeigen, dass der Graph rechts oben auf diesem Blatt mit 30 Ecken und 45 Kanten nicht planar ist?

Aufgabe 11.4. Für welche $d \in \mathbb{N}$ ist der d -dimensionale Würfel Q_d planar?

Freizeitgestaltung: Am 8. Juli 2014 um 18 Uhr treffen wir uns – wer möchte – im Biergarten am Alten Kranen, um das kommende Semesterende gebührend zu würdigen.

Hinweise: Die Lösungen werfen Sie bitte bis spätestens **Dienstag, den 1. Juli, 14:15 Uhr** in den richtigen Briefkasten vor der Teilbibliothek Physik/Informatik ein; Sie sollten bitte zu zweit abgeben.

Die Übungsblätter finden Sie unter www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco.

Das Skript zur Vorlesung (häppchenweise) gibt es unter www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~rosehr.

Die Klausur wird am 16. Juli 2014 im Turing-Hörsaal von 10:00 bis 11:30 Uhr stattfinden. Zugelassene Hilfsmittel sind Ihr Schreibzeug und ein ein- oder beidseitig handbeschriebenes DIN-A4-Blatt (keine Kopien). Bitte bringen Sie auch ein Lichtbildausweis mit.

Ob Sie zur Klausur zugelassen sind, erfahren Sie ab 9. Juli unter www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco.