



Übungen zur Diskreten Mathematik

Blatt 6

20. Mai 2014

Aufgabe 6.1. Bei einer Befragung von 100 Personen ergibt sich folgendes Meinungsbild: Drei Politiker A, B und C werden von jeweils 65, 57 und 58 der Befragten für wählbar gehalten. Weiter halten 28 der Befragten sowohl A als auch B für wählbar, 30 halten A und C, und 27 halten B und C für wählbar. Ferner sind alle drei Politiker für 12 der Befragten wählbar. Was halten Sie von dieser Meinungsumfrage?

Aufgabe 6.2. Ein Stapel von n Spielkarten enthält drei Asses. Es wird gemischt bis Gleichverteilung vorliegt. Die Karten werden nun eine nach der anderen aufgedeckt bis das zweite Ass erscheint. Bestimmen Sie den Erwartungswert der Anzahl der dabei aufgedeckten Karten.

Aufgabe 6.3. Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) Seien $n, r \in \mathbb{N}$, und seien $a_1, a_2, \dots, a_r \in \mathbb{N}$ paarweise teilerfremd. Dann sind genau

$$\sum_{I \subseteq \{1, 2, \dots, r\}} (-1)^{|I|} \left\lfloor \frac{n}{\prod_{i \in I} a_i} \right\rfloor$$

Zahlen in $\{1, 2, \dots, n\}$ enthalten, die durch keine der Zahlen a_1, a_2, \dots, a_r teilbar sind.

b) Für jede natürliche Zahl n definieren wir die eulersche φ -Funktion als die Anzahl der zu n teilerfremden Zahlen aus $\{1, \dots, n\}$. Sind p_1, p_2, \dots, p_r die sämtlichen Primteiler von n , so gilt

$$\varphi(n) = n \prod_{i=1}^r \left(1 - \frac{1}{p_i}\right).$$

Aufgabe 6.4. Das Spiel »Dual« geht so: Zwei Mathematikerinnen X und Y treten gegen einander an und müssen eine Aufgabe lösen. Es gibt drei Ausgänge des Duells: X löst die Aufgabe zuerst, Y löst die Aufgabe zuerst oder beide können die Aufgabe nicht lösen. Das Spiel Dual spielen 17 Mathematikerinnen und jede tritt genau ein Mal gegen jede andere an. Kann es passieren (nachdem alle Spiele gespielt wurden), dass jede Spielerin genau so oft gewonnen wie unentschieden gespielt hat? Ändert sich die Antwort, wenn es nur 16 Mathematikerinnen sind? *Tipp: Zählen Sie gewonnene und unentschiedene Spiele aus der Sicht einer jeden Mathematikerin.*

Hinweise: Die Lösungen werfen Sie bitte bis spätestens **Dienstag, den 27. Mai, 14:15 Uhr** in den richtigen Briefkasten vor der Teilbibliothek Physik/Informatik ein; Sie sollten bitte zu zweit abgeben.

Die Übungsblätter finden Sie unter www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~nedrenco.

Das Skript zur Vorlesung (häppchenweise) gibt es unter www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~rosehr.

Die Klausur wird am 16. Juli 2014 im Turing-Hörsaal von 10:00 bis 11:30 Uhr stattfinden.